

# Komutacioni sistemi (vježbe termin 10)

Prof.dr Igor Radusinović

[igorr@ucg.ac.me](mailto:igorr@ucg.ac.me)

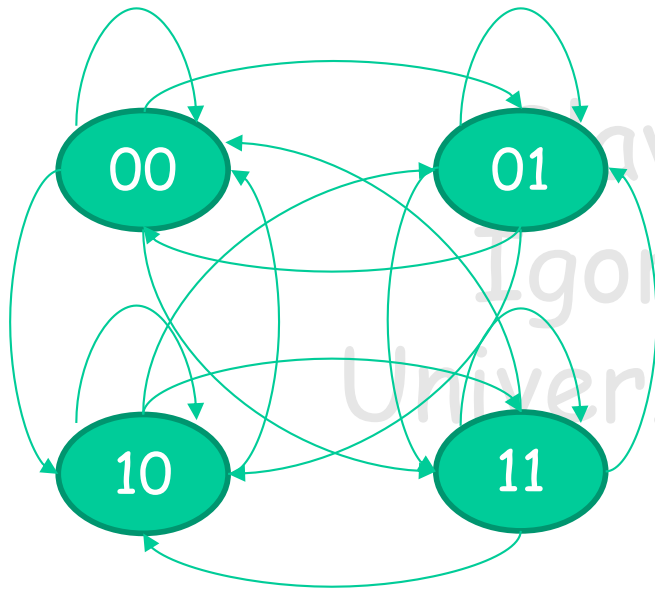
Univerzitet Crne Gore

# Primjer 1

Razmatra se  $2 \times 2$  komutator sa jediničnim baferima na izlazu. Paketi dolaze na ulaze komutatora sa vjerovatnoćom  $p$ , a komutiraju se sa jednakom vjerovatnoćom na svaki od izlaza. Vrijeme je podijeljeno na slotove koji počinju fazom odlaska, a završavaju fazom dolaska. Tokom jednog slotu iz izlaznog bafera može otići samo jedan paket.

- a) Odrediti srednji broj paketa u sistemu.
- b) Odrediti vjerovatnoću gubitaka paketa

# Primjer 1



$$P_{00,00} = (1-p)^2 = p_0$$

$$P_{00,01} = 2(1-p)\frac{p}{2} + \frac{p}{2}\frac{p}{2} = p_1$$

$$P_{00,10} = 2(1-p)\frac{p}{2} + \frac{p}{2}\frac{p}{2} = p_2$$

$$P_{00,11} = 2\frac{p}{2}\frac{p}{2} = p_3$$

$$P_{01,00} = P_{10,00} = P_{11,00} = p_0$$

$$P_{01,01} = P_{10,01} = P_{11,01} = p_1$$

$$P_{01,10} = P_{10,10} = P_{11,10} = p_2$$

$$P_{01,11} = P_{10,11} = P_{11,11} = p_3$$

$$P_{00} = P_{00,00} + P_{01,00} + P_{10,00} + P_{11,00}$$

$$P_{01} = P_{00,01} + P_{01,01} + P_{10,01} + P_{11,01}$$

$$P_{10} = P_{00,10} + P_{01,10} + P_{10,10} + P_{11,10}$$

$$P_{00} + P_{01} + P_{10} + P_{11} = 1$$

$$N = P_{01} + P_{10} + 2P_{11}$$

$$P_B = 2\frac{p}{2}\frac{p}{2} = \frac{p}{2}$$

## Primjer 2

Za  $4 \times 4$  *crossbar* prostorni komutator izvesti izraz za vjerovatnoću blokiranja i propusnost, u slučaju uniformnog dolaznog saobraćaja.

Slavica Tomović  
Igor Radusinović  
Univerzitet Crne Gore

## Primjer 2

Izlazna kolizija, kod ove vrste komutatora se rješava izborom jednog od paketa u koliziji od strane linijskog (magistralnog) kontrolera dok se ostali paketi odbacuju. Izbor paketa može biti različit (slučajan, *round-robin*, zavisno od prioriteta komutacionih elemenata,...)

Neka se posmatra uniformni saobraćaj. Uoči se proizvoljan ulaz  $i$  i proizvoljan izlaz  $j$ . Vjerovatnoća da u jednom trenutku dolazi  $n$  paketa adresiranih za izlaz  $j$  je

$$P_n = \binom{N}{n} \left(\frac{p}{N}\right)^n \left(1 - \frac{p}{N}\right)^{N-n}$$

## Primjer 2

Propusnost komutatora je jednaka propusnosti izlazne magistrale. Polazeći od zakona održanja protoka i uniformnosti ulaznog saobraćaja slijedi:

$$\rho_{ul} = \rho_{iz} + \rho_{ul} P_L$$

$\rho_{ul}$  - opterećenje na ulazu posmatrane izlazne magistrale

$\rho_{iz}$  - propusnost posmatranog izlaza

$$\begin{aligned}\rho_{ul} &= \sum_{n=1}^N n \binom{N}{n} \left(\frac{p}{N}\right)^n \left(1 - \frac{p}{N}\right)^{N-n} = \sum_{n=1}^N \frac{N!}{(N-n)!(n-1)!} \left(\frac{p}{N}\right)^n \left(1 - \frac{p}{N}\right)^{N-n} = \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} N \binom{N-1}{n} \frac{p}{N} \left(\frac{p}{N}\right)^n \left(1 - \frac{p}{N}\right)^{N-1-n} = p \left(1 + \frac{p}{N} - \frac{p}{N}\right)^{N-1} = p \\ \rho &= \rho_{iz} = \sum_{n=1}^N \binom{N}{n} \left(\frac{p}{N}\right)^n \left(1 - \frac{p}{N}\right)^{N-n} = 1 - \left(1 - \frac{p}{N}\right)^N\end{aligned}$$

## Primjer 2

Vjerovatnoća gubitka je:

$$P_L = \frac{\rho_{ul} - \rho_{iz}}{\rho_{ul}} = \frac{p - 1 + \left(1 - \frac{p}{N}\right)^N}{p}$$

Kod ove topologije kašnjenje i varijansa kašnjenja u prenosu zbog komutiranja su zanemarljive.

Za komutator sa beskonačnim brojem ulaza, dobija se

$$\rho = 1 - e^{-p}$$

$$P_L = \frac{p - 1 + e^{-p}}{p}$$

## Primjer 2

Za 4x4 komutator, N=4:

$$P_L = \frac{p-1 + \left(1 - \frac{p}{N}\right)^N}{N} = \frac{p-1 + \left(1 - \frac{p}{4}\right)^4}{4}$$

Slovića Tomović  
Igor Radusinović  
Univerzitet Crne Gore



## Primjer 3

Za komutator sa baferima na izlazu izvesti izraz za vjerovatnoću blokiranja i srednje kašnjenje, u slučaju uniformnog dolaznog saobraćaja.

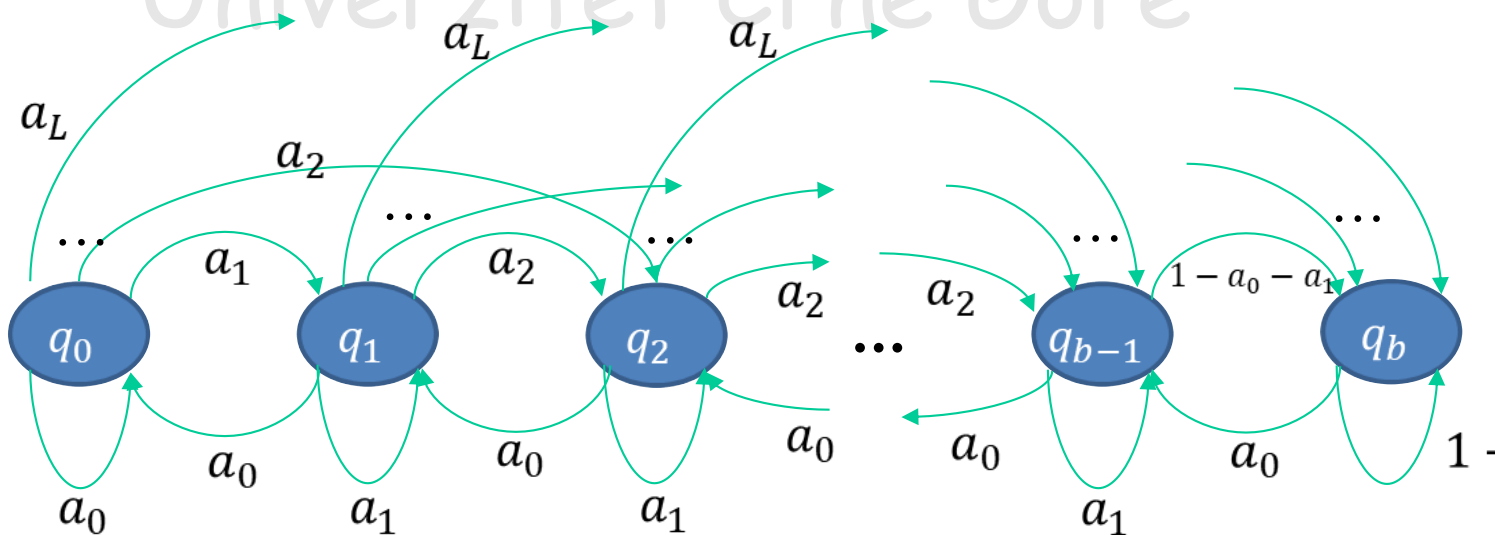
Slavica Lomovic  
Igor Radusinovic  
Univerzitet Crne Gore

# Primjer 3

Vjerovatnoća dolaska k paketa na jedan izlaz jednaka je:

$$a_k = \begin{cases} p_k, & k < L \\ \sum_{k=L}^p p_k, & k = L \end{cases}$$

$$p_k = \binom{N}{k} \left(\frac{p}{N}\right)^k \left(1 - \frac{p}{N}\right)^{N-k}$$



Slavica Tomović  
Egor Radusinović  
Univerzitet Crne Gore

# Primjer 3

$$q_1 = q_o \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_L}{a_o}$$
$$q_i = \frac{1}{a_o} \left[ q_{i-1}(1 - a_1) - \sum_{k=1}^{i-2} q_k a_{i-k-1} - q_o a_{i-1} \right] \quad 1 \leq i \leq L$$
$$q_i = \frac{1}{a_o} \left[ q_{i-1}(1 - a_1) - \sum_{k=i-L}^{i-2} q_k a_{i-k-1} \right] \quad L < i \leq b$$
$$q_o = \frac{1}{1 + \sum_{k=1}^b \frac{q_k}{q_o}}$$

# Primjer 3

propusnost komutatora je jednaka propusnosti izlaznog bafera i data je relacijom  $\rho = 1 - q_0$

vjerovatnoća gubitka ćelija je data jednačinom konzervacije protoka

$$P_L = \frac{p - \rho}{p}$$

polazeći od poznate Litlove formule srednje kašnjenje paketa zbog komutiranja je dato formulom

$$\bar{T} = \frac{\sum_{i=1}^b iq_i}{\rho}$$